

GT19 - Educação Matemática – Trabalho 522

RETAS PARALELAS CORTADAS POR UMA TRANSVERSAL: O QUE APRENDEM OS ESTUDANTES QUANDO A CONSTRUÇÃO E A MANIPULAÇÃO SÃO NO SEU *SMARTPHONE*?

Marcos P. Henrique - UFRRJ/IE/PPGEduCIMAT

Agência Financiadora: CNPq e FAPERJ

Resumo

Ambientes de geometria dinâmica tem proporcionado novas alternativas de inovação para aulas de matemática. Nesse artigo apresentamos contribuições e desafios de uma pesquisa sobre o aprendizado de retas paralelas cortadas por uma transversal no GeoGebra com manipulações na tela dos *smartphones* dos próprios estudantes. Ilustramos o desenvolvimento de duas tarefas nas quais os discentes do 8º ano interagiram, investigaram e sintetizaram suas descobertas de forma verbal ou escrita. Gravação em áudio e vídeo; captura da tela do dispositivo, registros escritos e diários de campo foram os instrumentos para a coleta de dados. No que diz respeito ao aprendizado percebemos que a intervenção permitiu aos estudantes uma visão mais ampla e articulada de propriedades e relações geométricas. O uso de ambiente de geometria dinâmica em *smartphones* mostrou-se instigante por permitir aos alunos a observação de um conjunto de elementos (ângulos, posição de retas etc.) articulados à exploração e à manipulação das retas construídas. Como desafio sinalizamos a dificuldade de visualização de propriedades quando a tela do *smartphone* é pequena e a implementação de atividades complementares em outros recursos sem que se perca o propósito inicial da tarefa.

Palavras-chave: ambientes de geometria dinâmica; dispositivo móvel; retas paralelas; transversal; ensino fundamental.

Introdução

Ambientes de geometria dinâmica (AGD) tem trazido alternativas de inovação para aulas e para o aprendizado matemático. Particularmente, a análise da manutenção (ou não) de propriedades euclidianas de uma construção geométrica e a possibilidade de realização dinâmica de tarefas matemáticas (MEIER; GRAVINA, 2012) são algumas das contribuições de um AGD para o aprendizado.

Atualmente, um AGD não se configura exclusivamente no uso do *mouse*, ou seja, com computadores. Esses ambientes passam a constituir aplicativos para

utilização em dispositivos móveis e com a tecnologia *touchscreen*. As possibilidades de integração de recursos em um único dispositivo, de manipulação em telas e de mobilidade demandam pesquisas sobre contribuições no aprendizado dos usuários.

Os dispositivos móveis com toques em tela (como *tablets* e *smartphones*), cada vez mais presentes nas salas de aula, estão se tornando objetos pessoais praticamente indispensáveis aos estudantes. Pela sua mobilidade eles ampliam as possibilidades de sua implementação no ensino, favorecem uma aprendizagem individualizada (UNESCO, 2014) e também permitem o uso de tarefas variadas (REDECKER, 2009 apud MOURA, 2011). Todavia, a investigação educacional brasileira ainda é incipiente no que diz respeito à análise do aprendizado e do uso educativo destes recursos (COUTO et al., 2016; QUARTIERO et al., 2015).

Além de contribuições de cunho pedagógico, neste artigo ilustraremos implicações no aprendizado de conceitos relacionados ao estudo de retas paralelas cortadas por uma transversal com o uso do GeoGebra mediante a manipulação na tela dos *smartphones* dos próprios discentes. Trata-se de um recorte de uma pesquisa de mestrado que teve como objetivo analisar o aprendizado de estudantes do 8º e 9º ano do ensino fundamental de uma escola pública trabalhando com AGD com e sem toques em tela.

Smartphones: Mais uma possibilidade para a sala de aula

O avanço tecnológico e a falta de inserção das tecnologias da informação e comunicação (TIC) em sala de aula geram preocupações educacionais recorrentes. Infelizmente, muitas escolas ainda se pautam em um modelo tradicional de ensino que valoriza a decoreba de fórmulas e a reprodução de procedimentos rotineiros. Embora seja tentador questionar o que pode ser feito para reverter essa situação, não conseguiremos responder a todos os interrogantes que possam surgir. Nossa intenção é apenas apresentar uma nova proposta que pode ser agregada à prática docente, com possibilidades de contribuições ao aprendizado, em particular, o aprendizado matemático.

Essa nova possibilidade está no uso do *smartphone* como recurso pedagógico, que cada vez mais está presente nas salas de aula por intermédio dos estudantes. Götsche (2012) explica que, em relação à inserção de um dispositivo móvel em situações de ensino, é necessário identificar potencialidades e limitações do recurso com objetivo de dar ao seu uso um propósito educativo que proporcione um

ambiente favorável para a aprendizagem.

De acordo com Bairral et al. (2015a) a implementação de recursos diferentes na realização de uma tarefa apresenta uma contribuição para o desenvolvimento da capacidade cognitiva. Nesse sentido o *smartphone* se assenta com um enorme potencial seja pelo seu apelo instigador, seja pela gama de possibilidades proporcionada para o uso em sala de aula (MOURA, 2011), por exemplo, a utilização de um AGD, para o aprendizado geométrico.

O uso do *smartphone* como recurso com potencial de aguçar a curiosidade dos estudantes pode promover a criticidade e a autonomia por intermédio de atividades que agreguem significados e contribuam para uma aprendizagem diferenciada (BAIRRAL, et al., 2015a). A seguir elencamos algumas características do *smartphone*, com possibilidades de contribuição para realização de atividades em sala de aula.

- Devido à mobilidade pode ser incorporado mais facilmente às práticas de sala de aula;
- Pode estimular a curiosidade e a motivação na realização das atividades;
- É um repositório das mais variadas ferramentas¹ para o ensino de matemática;
- Pode ser utilizado pelo seu próprio dono, o que dispensa o laboratório de informática e não precisa de conexão à Internet².

Entretanto, essas características não eximem o professor de elaborar um planejamento que seja compatível com o perfil dos alunos. Uma proposta que não seja compatível com os estudos matemáticos pode desestimular a curiosidade e o interesse dos estudantes. Nessa mesma compreensão, Oliveira e Mercado (2016) sinalizam que faz-se necessário uma metodologia que intensifique as potencialidades e as qualidades das tecnologias móveis. Portanto, a proposta pedagógica deve ter os objetivos bem delimitados, pois devido o fato do *smartphone* ser um recurso de uso cotidiano dos discentes há uma probabilidade de que a atividade perca o foco educativo e fique circunscrita ao lazer.

¹ No sistema operacional de um *smartphones* é possível instalar os mais variados aplicativos. Essa possibilidade vai desde jogos a *softwares*, como, por exemplo, o GeoGebra em sua versão aplicativo.

² É possível fazer o compartilhamento com os usuários via bluetooth através do MyAppSharer (um aplicativo de compartilhamento de outros aplicativos). Disponível em: <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.yyschi.MyAppSharer&hl=pt_BR>. Acesso em: 22 Nov. 2015.

Ambientes de geometria dinâmica: algumas pesquisas prévias

Meier e Gravina (2012) realizaram um estudo sobre modelagem geométrica com alunos do 8º ano do ensino fundamental de uma escola pública. O termo modelagem é empregado pelas autoras no sentido de construção (representação) de objetos do cotidiano dos estudantes, como porta pantográfica, janela basculante, balanço vai e vem por meio de conceitos da geometria plana com GeoGebra.

A pesquisa articulou a utilização do AGD com a proposta curricular e teve o seguinte objetivo: o desenvolvimento do pensamento geométrico (formulação de conjecturas, estabelecer relações e investigações) dos participantes por meio da utilização dos recursos oferecidos pelo GeoGebra. Entre outros conteúdos, foi possível trabalhar retas paralelas, ângulos opostos pelo vértice, ângulos formados a partir de duas paralelas cortadas por uma transversal e quadriláteros. As autoras destacam que a análise imediata de um objeto geométrico oferecido por meio da manipulação direto na tela do computador fornece ao aluno a possibilidade de entender o resultado de suas ações na medida em que investiga e formula conjecturas (MEIER; GRAVINA, 2012).

Silva (2012) relata uma experiência realizada com um grupo de futuros professores de matemática que (sob a supervisão do autor) elaboraram e implementaram atividades relacionados à tópicos de geometria plana (ângulos formados por duas retas concorrentes, área e perímetro) com o GeoGebra para estudantes do primeiro ano do ensino médio de uma escola pública. A pesquisa teve como objetivo a análise de contribuições do GeoGebra e identificação de desafios atrelados à possíveis imprevistos que possam ocorrer em situações de ensino quando se empregam as TIC.

A confecção e implementação das atividades se basearam na ideia de investigação em matemática propondo situações em que a reflexão conduzisse à construção de novas questões e observações relevantes. Outros destaques do trabalho estão relacionados ao contexto histórico do desenvolvimento da geometria dinâmica em ambientes informatizados, em que o autor destaca potencialidades de um AGD ao aprendizado geométrico, bem como a forma não estática propiciada pela criação de um objeto geométrico pelo usuário, possibilitando a interação com o constructo (SILVA, 2012).

Bairral e colaboradores (2015b), apresentam um levantamento sobre

aplicativos para o uso em dispositivos móveis (com tecnologia *touchscreen*) cujo enfoque está no aprendizado matemático e a implementação de atividades com graduandos de matemática por meio dos *softwares Geometric Constructer* e *Sketchometry* (dois dos dispositivos catalogados). Os autores catalogaram os aplicativos separando-os por tipo, a temática e os sujeitos a que se destinam. O primeiro tipo é o *software* (aplicativo em que a decisão de criação está nas mãos do usuário) e o segundo o jogo (geralmente com menor robustez no funcionamento, com conteúdo e regras pré-estabelecidas).

Durante a implementação das atividades foram realizadas construções relacionadas à geometria plana (quadriláteros) por intermédio de *tablets*. O foco da análise centrou-se na apropriação dos usuários em relação à forma de manuseio, o toque direto na tela do dispositivo. (BAIRRAL, et al., 2015b).

A pesquisa traz aspectos relevantes no que se refere a importância da ambientação dos estudantes, análise do *software* com suas potencialidades e restrições na confecção de uma atividade. Os estudiosos verificaram que a implementação de uma atividade por meio de um dispositivo móvel proporciona a investigação, formulação de conjecturas dos estudantes, gerando mais autonomia com possibilidades de aprendizagem (BAIRRAL, et al., 2015b).

Nesta seção apresentamos algumas investigações que evidenciaram contribuições de um AGD (com ou sem *touchscreen*) no aprendizado ou no desenvolvimento de atividades. No entanto, vale o destaque para o fato de não encontrarmos pesquisas que abordaram exclusivamente dispositivos móveis e retas paralelas cortadas por uma transversal. A carência por trabalhos relacionados com a nossa temática (retas paralelas cortadas por uma transversal), realizados em AGD, tanto em um computador convencional quanto em dispositivos móveis com *touchscreen*, ao mesmo tempo que se tornou um fator complicador em relação ao processo analítico, reforça a importância da nossa investigação e justifica o que recorte aqui apresentado.

Contribuições e singularidades de um AGD ao aprendizado geométrico

Nossas primeiras incursões teóricas não evidenciam todas as potencialidades de um AGD ao aprendizado, pois nos pautamos em autores que vem produzindo pesquisas com foco no ensino e no aprendizado de geometria. Antes de prosseguirmos acreditamos ser válida a caracterização de um AGD. O

termo utilizado não contempla somente o uso do *software*. Entendemos por AGD uma plataforma com possibilidades de construção e manuseio de objetos geométricos que mantém (ou não) suas propriedades, seja via *mouse* (no caso de computadores desktop), seja diretamente no toque na tela em dispositivos com a tecnologia *touchscreen*, como *tablets* e *smartphones*, por exemplo. Além do mais, um AGD deve permitir ao usuário interagir constantemente com o dispositivo e com o coletivo, e transitar livremente no desenvolvimento da atividade proposta usando formas variadas de comunicação e estratégias tecnológicas diversas.

Conforme Bairral (2009), a utilização de um AGD proporciona a interação entre usuário e TIC; a investigação mediante tentativa e erro; a possibilidade de formulação e verificação de conjecturas e a observação com diferentes formas de visualização e representação (não estáticas) do objeto matemático. O pesquisador também apresenta pontos positivos para a aprendizagem em relação ao seu uso, como, a facilidade na construção geométrica, a possibilidade de atividades investigativas e descobertas relacionadas a um determinado conceito, a dinamicidade na visualização e a verificação de propriedades (BAIRRAL, 2015).

Em um AGD temos possibilidades variadas para construções de objetos geométricos. Dependendo do tipo de construção realizada é possível fazer modificações, mantendo suas propriedades, o que pode levar o usuário a interagir com o constructo, manipulando, arrastando e modificando (SILVA, 2012). Essas contribuições também são reforçadas por Meier e Gravina (2012), que acrescentam que a interface interativa de um AGD [...] “favorece o espaço para exploração e para experimentos de pensamento” (p. 2). As autoras ainda acrescentam que a utilização de um AGD possibilita a criação de atividades de investigação.

As contribuições aqui sintetizadas, estão em conformidade com as atividades que implementamos, com teor de investigação em algumas das etapas que compõem a tarefa. Em relação a ideia de investigação Ponte e coautores (2006) destacam que a implementação de atividades por meio de um AGD “[...] permite o desenho, a manipulação e a construção de objetos geométricos, facilita a exploração de conjecturas e a investigação de relações que precedem o uso do raciocínio formal” (p. 83). Cabe enfatizar que o *software* por si só não garante o sucesso da aprendizagem. Fatores como a constituição do ambiente de aprendizagem, a mediação do professor e o tipo de atividade proposta devem ser considerados.

Aspectos metodológicos

A intervenção transcorreu em três grandes momentos: (1) elaboração de atividades, (2) implementação e revisão das tarefas, e (3) análise dos dados. As tarefas foram propostas para uma turma de quatorze alunos com idade entre 12 e 13 anos do 8º ano do ensino fundamental, durante o ano letivo de 2016, de uma escola pública estadual. A realização das atividades ocorreu em sala de aula por meio do GeoGebra aplicativo instalado nos *smartphones* dos próprios discentes, que trabalharam em duplas. As atividades que são objeto de análise neste artigo (Quadro 1) perfizeram quatro horas-aula.

Iniciamos a implementação das atividades propondo aos estudantes uma atividade preliminar com intuito de entender melhor de que forma palavras como concorrentes, paralelo/a e transversal (ligadas ao tema de estudos) poderiam estar relacionadas ao cotidiano dos alunos, e como eles visualizavam as mesmas palavras no contexto da geometria. Essa primeira etapa teve como objetivo levantar uma discussão como meio de introduzir o tema e dar o suporte (no que se refere a argumentação professor-estudantes) a fim de facilitar o desenvolvimento conceitual.

Em seguida propusemos duas atividades que tiveram como foco a realização de construções geométricas por meio do GeoGebra no *smartphone*, com objetivos de investigar e analisar relações observadas entre duas retas paralelas cortadas por uma transversal. A seguir apresentamos a organização das atividades.

Quadro 1: Resumo da implementação

Atividade	Objetivo	Duração
Ambientação	Instalar os aplicativos nos <i>smartphone</i> dos estudantes e propor uma atividade livre para o reconhecimento das ferramentas e formas de manuseio.	50 min
Atividade 1	Identificar a relação existente entre os ângulos formados entre duas retas concorrentes.	100 min
Atividade 2	Investigar as propriedades entre os possíveis pares de ângulos formados por duas retas paralelas quando essas são cortadas por uma reta	100 min

Fonte: Elaboração própria.

Para coleta dos dados utilizamos os seguintes instrumentos: gravação em áudio e vídeo; captura da tela do *smartphone* utilizado por uma dupla de estudantes; registro das folhas de atividades e outros escritos dos alunos; e diário de campo do pesquisador. A intervenção valorizou o diálogo entre professor e estudantes, e procurou potencializar todas as formas de registros escritos (em papel, na tela etc.) de cada atividade com um foco diferente a fim de tornar mais claras situações que evidenciassem as contribuições e desafios de um AGD.

Destacamos, em nossa análise, a forma na qual os alunos **B** e **G** dialogaram, interagiram e desenvolveram as atividades. A escolha dessa dupla justifica-se porque possuímos todas as suas gravações em áudio e vídeo, e a captura de suas telas do *smartphone*. Pelo caráter experimental e inovador, também para o professor (pesquisador em sua própria prática), como para os alunos, a análise assumiu um caráter descritivo.

Resultados

Focamos os resultados no aprendizado dos alunos sobre retas concorrentes com ângulos e de retas paralelas cortadas por uma transversal, temáticas pouco analisadas na pesquisa em educação geométrica com AGD (SINCLAIR et al., 2016)³.

Sobre retas concorrentes com ângulos

A proposta da atividade centrou-se na construção de retas concorrentes e a investigação entre a relação dos ângulos possíveis (opostos pelo vértice e suplementares). Em síntese a tarefa⁴ apresentou a seguinte proposta:

Quadro 2: Síntese da tarefa 1

- 1.). Construam duas retas concorrentes.
 - 1.1). Movam livremente as retas.
 - 1.2). O que vocês observaram?
 - 1.3). Que relação existe entre os pares de ângulos possíveis?
 - 1.4). Identifiquem os ângulos suplementares na construção.
- 2). Construam (individualmente) um pequeno texto relatando suas descobertas. Procurem detalhar o que aprenderam a partir da manipulação no GeoGebra. Se julgar necessário, façam desenhos para exemplificar.

Fonte: Elaboração própria.

Inicialmente os estudantes apresentaram dificuldade na construção dos ângulos opostos pelo vértice, devido à forma particular exigida na construção. No entanto, na medida que a aula foi se desenvolvendo o professor procurou esclarecer as dúvidas dos alunos que estavam com dificuldades e incentivar as duplas que apresentaram melhor desempenho, propondo novos questionamentos. Vale destacar

³ A carência desta temática e de pesquisas em AGD com geometria também pode ser vista na Revista Vidya (v. 35, n. 2), que publicou em 2015 uma edição especial sobre “Geometria: Ensino e Aprendizagem”. Disponível em <<http://periodicos.unifra.br/index.php/VIDYA/issue/view/63>>. Acesso em: 10 jul. 2016.

⁴ Nas tarefas apresentamos os ícones do GeoGebra e mais detalhes relacionados a construção a fim de facilitar o entendimento dos alunos no que se refere ao manuseio e identificação das relações.

a não linearidade que acontece em uma situação de ensino, como impasses e dificuldades, o que geralmente desestabiliza os discentes que não estavam acostumados com esse tipo de prática. A fim de entender como se desenvolveu as etapas, vejamos de que forma os estudantes **B** e **G** verificaram a relação entre ângulos opostos pelo vértice. Segue o diálogo extraído da gravação em áudio realizada por meio de um dos *smartphones* da dupla:

Professor: Qual observação dá para fazer? G... B... ângulos opostos pelo vértice, que observação dá para fazer sobre eles?

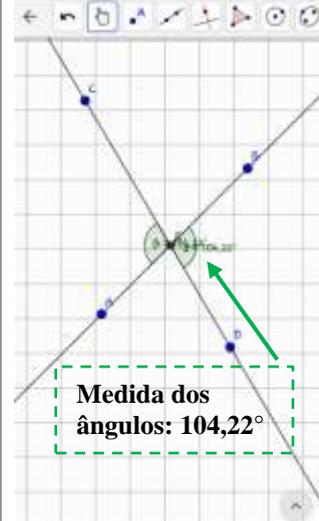
Estudante B: Que se você mexer com a reta ou tirar ela do lugar e pôr em outro...

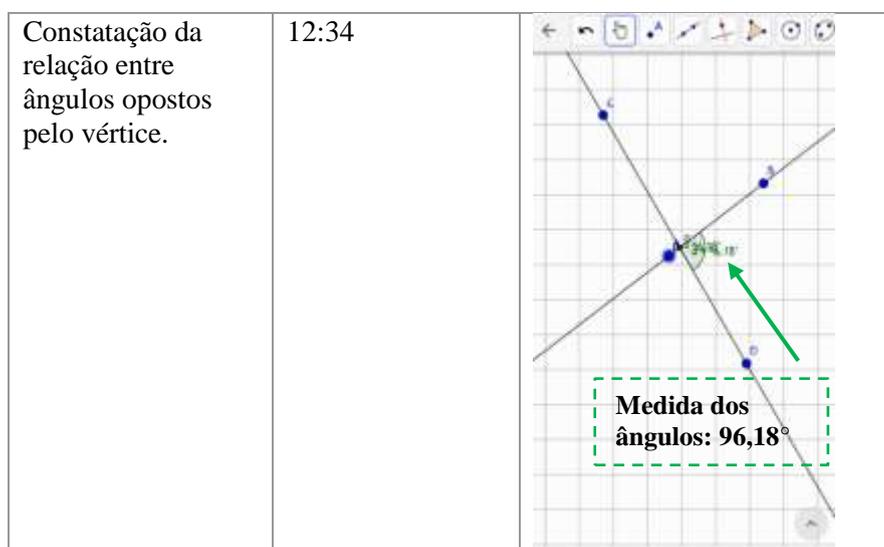
Estudante G: O valor continua o mesmo. Vozes... (alunos chamando o professor)

Estudante B: O valor dos ângulos continua o mesmo.

De fato, a justificativa apresentada pelos estudantes está em consonância com o procedimento realizado no GeoGebra. A seguir apresentamos trecho do vídeo, capturado através da tela do *smartphone* utilizado pela dupla, que retrata a observação dos estudantes descrita no diálogo anterior.

Quadro 3: Ações realizadas pelos estudantes na atividade 1

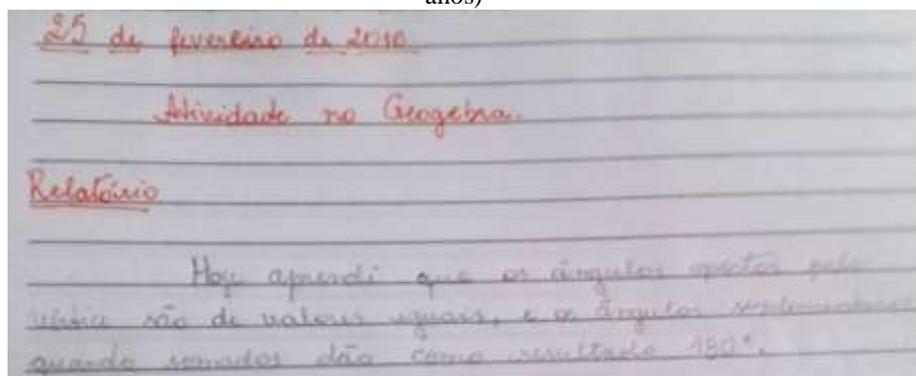
Descrição	Vídeo - Tempo	Imagem
Alunos B e G modificando o construto.	12:22	



Fonte: Elaboração própria.

Embora em alguns momentos os alunos tenham modificado e apresentado incerteza sobre as constatações (conforme é possível perceber em trechos do vídeo), a descrição do diálogo anterior com parte da realização no GeoGebra, sugere que a capacidade de proporcionar uma visão não estática da geometria a partir da utilização do GeoGebra pode ser identificada como uma contribuição. Os alunos utilizaram as mesmas estratégias para estabelecer uma relação entre os ângulos suplementares e, ao final, com o objetivo de verificar de que forma eles conseguiriam relacionar o que observaram de forma escrita, foi-lhes solicitado a construção de um relatório (individual) relatando as descobertas. O relatório a seguir foi elaborado pela estudante **B** (13 anos).

Figura 1⁵ – Relatório produzido pela estudante B (13 anos)



Fonte: Elaboração própria.

O relatório produzido pela estudante aponta uma compreensão em relação

⁵ Transcrição Figura 1: “Hoje eu aprendi que os ângulos opostos pelo vértice são de valores iguais, e os ângulos suplementares quando somados dão como resultado 180°”.

à medida dos ângulos opostos pelo vértice e à soma dos suplementares. Sua produção matemática ratifica que a implementação de atividades por meio da utilização de dispositivos móveis cria um ambiente propício para a aprendizagem (BAIRRAL et al., 2015a) pois estimula a investigação e a emergência de conjecturas (PONTE et al., 2006) na descoberta de propriedades geométricas.

Sobre paralelas cortadas por uma transversal

A atividade que apresentamos teve como objetivo trabalhar propriedades existentes entre os pares de ângulos que se pode formar a partir da construção de duas retas paralelas cortadas por uma transversal. A seguir sintetizamos a proposta e os questionamentos feitos:

Quadro 4: Síntese da tarefa 2

- 1). Construam duas retas paralelas.
 - 1.1). Construam uma reta transversal as paralelas.
 - 1.2). Movam livremente a reta transversal e em seguida as paralelas. O que vocês observam?
- 2). Investiguem outras relações entre os pares de ângulos que podem ser formados. Como sempre registrem suas observações e se julgar necessário façam um desenho para melhor esclarecer as descobertas.
- 3). Construam uma circunferência.
 - 3.1). Construam um quadrilátero inscrito na circunferência.
 - 3.2). Construam os ângulos internos do quadrilátero.
 - 3.3). Estabeleçam conjecturas em relação aos ângulos internos do polígono. Não esqueçam de registrar as descobertas.
- 4). Individualmente, façam um pequeno texto relatando de que forma se deu a atividade e todas descobertas.

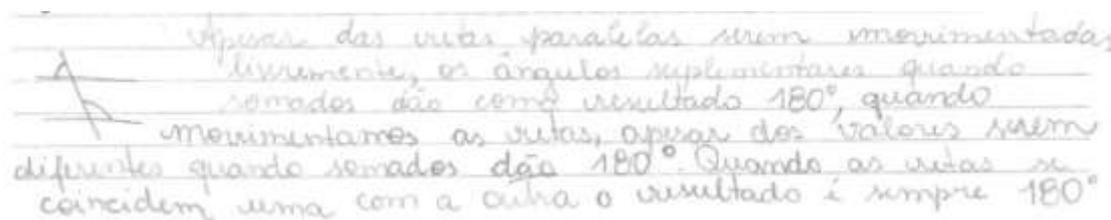
Fonte: Elaboração própria.

No início da atividade ocorreram dificuldades relacionadas à construção no GeoGebra e a agitação da turma, comum nesse tipo de prática. Dando prosseguimento docente procurou auxiliar as duplas que apresentavam maior dificuldade e incentivar os que estavam conseguindo realizar a atividade. Destacamos que a interação que ocorre em uma situação de ensino que emprega o uso das TIC a torna mais dinâmica (SCHEFFER, 2012), porém demanda do docente maior flexibilidade na solução de problemas informáticos e de outras solicitações dos aprendizes. A manutenção da motivação e da curiosidade dos estudantes é sempre um desafio (BAIRRAL et al., 2015a).

Um ponto que merece destaque é o uso excessivo da nomenclatura utilizada

em relação ao tema das retas paralelas com uma transversal. Expressões como ângulos alternos internos, alternos externos, colaterais, correspondentes etc. tendem a constituir um obstáculo no aprendizado. Dessa forma, a presente intervenção optou em valorizar as descobertas dos estudantes pelas propriedades e relações entre os ângulos, pela atenção à posição das retas, dentre outros. O uso dessa nomenclatura, geralmente supervalorizado no trabalho com essa temática, foi o mais natural possível. A seguir destacamos o registro apresentado pelos estudantes analisados para o questionamento da tarefa: “Movam livremente a reta transversal e em seguida as paralelas. O que vocês observam?” A figura a seguir retrata as observações da dupla.

Figura 2⁶: Resposta dos estudantes B e G (13 e 14 anos)



Apesar das retas paralelas serem movimentadas livremente, os ângulos suplementares quando somados dão como resultado 180° , quando movimentamos as retas, apesar dos valores serem diferentes quando somados dão 180° . Quando as retas se coincidem uma com a outra o resultado é sempre 180° .

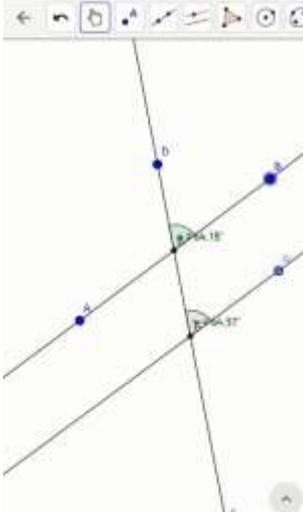
Fonte: Elaboração dos autores.

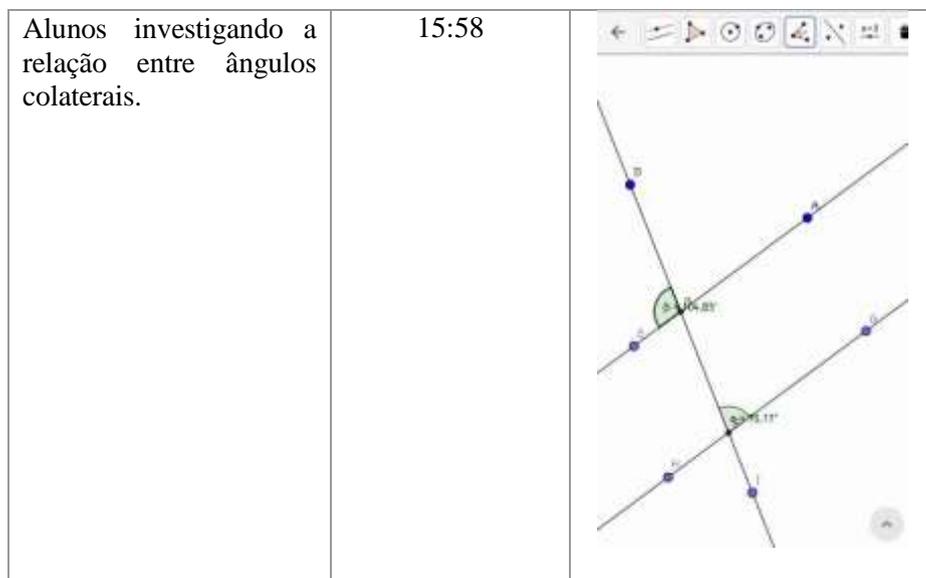
O registro dos estudantes coloca em evidência a importância do uso da escrita para o aprendizado matemático, destacando sua potencialidade como forma de utilização no processo de reflexão conceitual (POWELL; BAIRRAL, 2006). Ainda, o desenho utilizado pelos discentes sugere uma outra forma de compreensão. Embora alguns trechos do texto sejam redundantes parece evidente o fato de que os discentes verificaram a autenticidade de que ângulos suplementares somam 180 graus. De acordo com o relatório, observamos que a constatação registrada foi realizada arrastando uma das retas e aproximando ou sobrepondo na outra. Todavia, é provável que esse fato tenha dado subsídio para as observações, embora em seu registro os estudantes não apontassem outras descobertas em relação a outros pares de ângulos. É possível verificar, a partir da captura da tela

⁶ Transcrição Figura 3: “Apesar das retas paralelas serem movimentadas livremente os ângulos suplementares quando somados dão como resultado 180° , quando movimentamos as retas, apesar dos valores serem diferentes quando somados dão 180° . Quando as retas se coincidem uma com a outra o resultado é sempre 180° ”.

do *smartphone* utilizado pela dupla, que outras testagens foram realizadas com objetivo de fazer novas constatações. Vejamos:

Quadro 5: Ações realizadas pelos estudantes na atividade 2

Descrição	Vídeo - Tempo	Imagem
Alunos investigando a relação entre ângulos suplementares.	06:44	
Alunos investigando a relação entre ângulos correspondentes.	10:21	



Fonte: Elaboração própria.

As constatações aqui sinalizadas deixam em evidência as interações (estudantes- estudantes e estudantes-AGD) que ocorreram na medida em que os educandos realizavam a atividade. A reflexão apresentada por meio da escrita sugere que tenha ocorrido, previamente, um diálogo entre eles com o objetivo de formular conjecturas a partir da visualização.

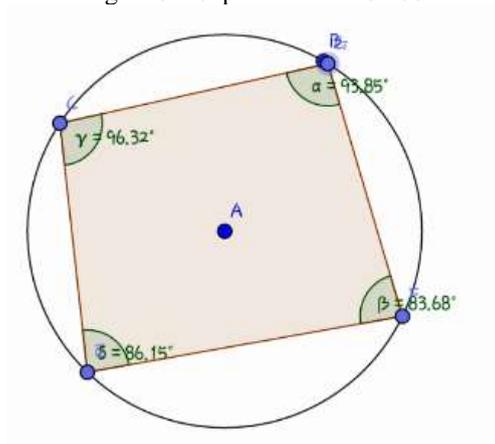
É possível que essas verificações registradas pelos discentes tenham constituído a base para a etapa seguinte. Nela foi solicitado que eles construíssem uma circunferência e um quadrilátero nela inscrito; medissem os ângulos internos do quadrilátero e formulassem conjecturas a partir das modificações realizadas. No decorrer da atividade o docente chamou a atenção para que todos observassem atentamente o que estava acontecendo com o quadrilátero e procurassem estabelecer alguma relação entre os ângulos ou entre os lados.

Devido à dificuldade na construção dos ângulos internos do quadrilátero a dupla analisada solicitou a presença o professor. Enquanto o professor esclarece as dúvidas da dupla outros estudantes aglomeram em torno do professor levantando questionamentos e solicitando explicações. Enquanto isso a dupla faz a seguinte pergunta: o que é uma conjectura? (Enfatizando algo escrito na atividade). O professor pede atenção da turma e faz uma breve explicação, aproveita o momento que a turma começa a ficar dispersa para provocar os estudantes com novos questionamentos.

De volta ao diálogo com a dupla, o professor retoma a ideia de conjectura e tenta incentivar a dupla com novos questionamentos. Professor: “que relação existe entre esses ângulos aqui?” (Apontando para os ângulos enquanto a estudante

B movimentava os pontos)

Figura 3 - Captura da tela 34:55



Fonte: Elaboração própria.

Vejamos trecho dessa conversa.

Estudante G: Somando tudo vai dar 360 graus

Professor: Somando tudo vai dar quanto? (Tentando enfatizar o que foi dito pelo estudante)

Estudante B: 360 graus. (Há uma interrupção no diálogo quando alunos que terminaram a atividade entram em cena para entregar as folhas das atividades).

Estudante G: Porque esses dois aqui...juntando dá um... (O professor tenta incentivar)

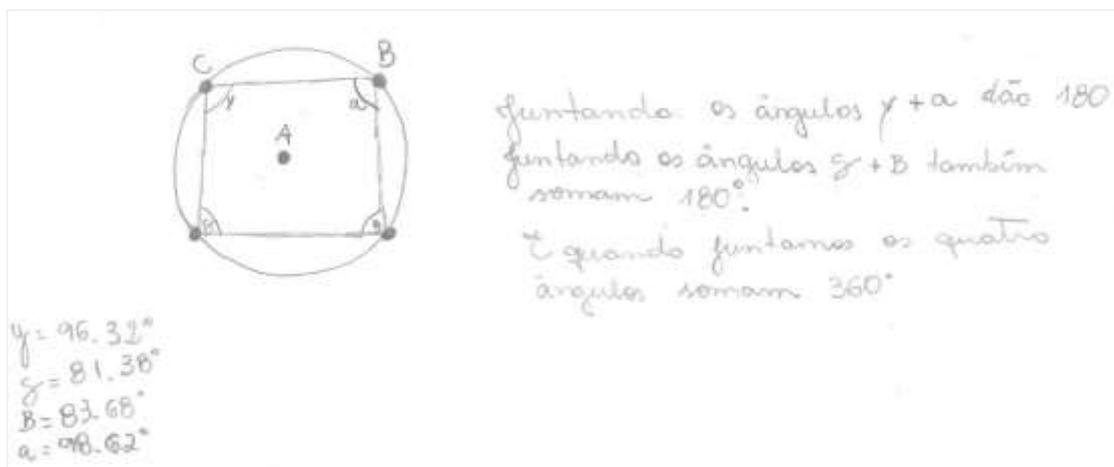
Professor: Calma! Me mostra... (Há vozes que atrapalham a identificação do áudio no momento da fala da aluna B)

Estudante G: Porque esses dois aqui dá 180 graus (apontando para dois ângulos opostos) esses outros dois aqui vai dá 180 graus (apontando para os outros pares de ângulos opostos) e juntando o total vai dá 360 graus (identificando a soma dos pares opostos de ângulos)

Em seguida o docente deixa por conta dos estudantes a construção de um relatório apresentando as descobertas. De acordo com a captura do áudio percebemos que os alunos apresentam dúvidas, mas não solicitam a participação do professor. A dúvida apresentada é evidenciada no relatório da dupla que se confunde em relação a propriedade utilizada na descrição do diálogo e inverte a posição dos ângulos (ângulos cuja soma resulta em 180 graus), conforme destacamos a seguir.

Figura 4⁷ – Etapa final apresentada pela aluna B

⁷ Transcrição Figura 5: “Juntando os ângulos $y + a$ dão 180°. Juntando os ângulos $g + b$ também somam 180°. E quando juntamos os quatro ângulos somam 360°”.



Fonte: Elaboração própria.

Com base na análise sintetizada anteriormente é possível observar que a intervenção realizada com AGD possibilitou aos aprendizes a realização de construções e testagens, com mais ênfase na identificação de propriedades e menos na nomenclatura. A visualização de propriedades a partir das possíveis combinações entre os pares de ângulos tornou-se um desafio para os estudantes na consolidação das constatações, porém inovador por trazer elementos que possibilitaram uma observação mais abrangente e articulada dos conceitos geométricos em estudo.

Sobre o *smartphone* destacamos o apelo motivador que este recurso traz às aulas como ferramenta pedagógica. No entanto, observamos desafios atrelados ao seu uso, como a dificuldade de visualização de propriedades em casos nos quais a tela é pequena. A seguir apresentamos uma síntese dos desafios e das contribuições.

Quadro 6: Resultados obtidos a partir da análise da implementação

Atividade	Desafios	Contribuições
Atividade 1	Dificuldades de manuseio do <i>Software</i> e de formulação do conceito relacionado a visualização da propriedade.	Investigação de propriedades; percepção de uma geometria não estática; uso da escrita e do diálogo como formas de reflexão e de desenvolvimento conceitual.
Atividade 2	Dificuldades de manuseio do <i>software</i> e de visualização das propriedades em um constructo para casos em que a tela do <i>smartphone</i> é pequena.	Investigação de propriedades; maior ênfase na exploração de propriedades sem valorização excessiva de nomenclaturas; uso da escrita e do diálogo como forma de reflexão e desenvolvimento conceitual; identificação de propriedades e relações entre ângulos

Fonte: Elaboração própria.

As contribuições e desafios destacados formaram a base no apontamento de algumas conclusões, sintetizadas a seguir.

Considerações Finais

Neste artigo apresentamos aspectos do aprendizado de alunos do Ensino Fundamental sobre retas paralelas cortadas por uma transversal mediante o uso de um AGD no *smartphone*. A intervenção mostrou-se instigante por permitir aos alunos - mediante formas variadas de registro escrito e construções em telas - a observação articulada de um conjunto de elementos (medida ou soma de ângulos, posição de retas etc.) e, juntamente com o manuseio no AGD, a exploração variada de construção de retas. A forma de abordar a temática permitiu aos estudantes uma visão mais ampla das propriedades, podendo, inclusive, articular o estudo para outros contextos geométricos, por exemplo, na atividade envolvendo uma circunferência e um quadrilátero inscrito a ela.

Em relação ao desenvolvimento das atividades destacamos a condução motivadora que o uso do *smartphone* trouxe durante as implementações. De acordo com Bairral et al. (2015a) a implementação de recursos diferentes na realização de uma tarefa, apresenta uma contribuição para o desenvolvimento da capacidade cognitiva. Nesse sentido, o *smartphone* se assenta com um potencial seja pelo seu apelo instigador, seja pela gama de possibilidades proporcionada para o uso em sala de aula (MOURA, 2011). Entretanto, Götttsche (2012) explica que, em relação à inserção de um dispositivo móvel em situações de ensino, é necessário identificar potencialidades e limitações do recurso com objetivo de dar ao seu uso o teor adequado a fim de proporcionar um ambiente favorável para que a aprendizagem ocorra.

Alguns dos desafios estão relacionados à realização de construções ou a dificuldade de visualização de propriedades em casos em que a tela do *smartphone* é pequena. Todavia, essa dificuldade de visualização tende a ser encarada como natural no processo de descoberta por parte dos alunos. A dinamicidade do dispositivo, a facilidade de manuseio na tela e a possibilidade de rever construções fazem com que os aprendizes fiquem mais imersos em seu aprendizado (BAIRRAL, 2015).

Finalizamos apontando que uma intervenção em aula que inclua um AGD com *smatphones* no estudo de retas paralelas cortadas por uma transversal possibilita novas formas de construir, descobrir e justificar propriedades entre

ângulos e retas, seja manipulando uma construção geométrica, seja girando o próprio aparelho. Todavia, a análise ilustrada nos instigou à novos interrogantes, dentre eles, como a ideia de referência (em relação às retas paralelas ou à transversal) pode ser incluída no trabalho com os AGD? Esperamos poder responder em uma próxima tela.

Referências

BAIRRAL, M. A. Licenciandos em matemática analisando o comportamento de pontos notáveis de um triângulo em um ambiente virtual com GeoGebra. In: **Reunião anual da Anped**, Florianópolis, n 37. 2015.

_____. **Tecnologias da Informação e Comunicação na formação e educação matemática**, Seropédica: EDUR, 2009. 112p. Série InovaComTic (V.1).

BAIRRAL, M.A.; ASSIS, A. R.; SILVA, B. C. **Mãos em ação em dispositivos touchscreen na educação matemática**. Seropédica: Edur, 2015a.

_____. Uma matemática na ponta dos dedos com dispositivos touchscreen. **RBECT**, v. 8, n. 4, p. 39-74, 2015b.

COSTA, C. Visualização, veículo para educação em Geometria. In: **IX Encontro de Investigação em Educação Matemática**. Portugal, 2000.

COUTO, E.; PORTO, C.; SANTOS, E. **APP-Learning: experiência de pesquisa e formação**. Salvador: EDUFBA, 2016.

GÖTTSCHE, K. Tecnologias móveis: uma mais valia em contextos educacionais? **Revista Linhas**. Florianópolis, v. 13, n. 2, p. 62-73, 2012.

MEIER, M.; GRAVINA, M. A. Modelagem no GeoGebra e o desenvolvimento do pensamento geométrico no Ensino Fundamental. In: **Anais... 1ª Conferência Latino Americana de GeoGebra**, p. CCL-CCLXIV, 2012.

MOURA, A. M. C. **Apropriação do telemóvel como ferramenta de mediação em mobile learning: estudos de caso em contexto educativo**. [Tese de Doutorado em Ciências da Educação, na Especialidade de Tecnologia Educativa]. Braga: Universidade do Minho. Instituto de Educação. 2011.

OLIVEIRA, C, A; MERCADO, L, P, L. Ensino de matemática utilizando o aplicativo qr code no contexto das tecnologias móveis. In: COUTO, E.; PORTO, C.; SANTOS, E. **APP-Learning: experiência de pesquisa e formação**. Salvador: EDUFBA, 2016. p. 211-226.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

POWELL, A. B.; BAIRRAL, M. A. **A escrita e o pensamento matemático: Interações e Potencialidades**. Campinas: Papirus, 2006.

QUARTIERO, E. M.; BONILLA, M. H. S.; FANTIN, M. (Eds.). **Projeto UCA: Entusiasmos e desencantos de uma política pública**. Salvador: EDUFBA, 2015.

REDECKER, C. Review of Learning 2.0 Practices: Study on the Impact of Web 2.0 Innovations on Education and Training in Europe. **Institute for Prospective Technological Studies**, 2009. Disponível em: <http://ftp.jrc.es/EURdoc/JRC49108.pdf>> Acesso em: 3 de jun. de 2010.

SCHEFFER, S. A Argumentação em Matemática na Interação com Tecnologias. **Revista Ciência e Natura**, v. 34, n. 1, Santa Maria, 2012.

SILVA, G. H. G. da. Ambientes de Geometria Dinâmica: Potencialidades e Imprevistos. **Revista brasileira de ensino de ciência e tecnologia**, v. 5, número 1, 2012. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/index>. Acesso em: 14. Set. 2015.

SINCLAIR, N., BARTOLINI BUSSI, M. G., VILLIERS, M. D., JONES, K., KORTENKAMP, U., LEUNG, A., OWENS, K. Recent research on geometry education: an ICME-13 survey team report. **ZDM**, 2016, p. 1-30. doi:10.1007/s11858-016-0796-6

UNESCO. **Diretrizes de políticas para aprendizagem móvel**. 2014. Disponível em: < <http://unesdoc.unesco.org/images/0022/002277/227770por.pdf>>. Acesso em: 15 ago. 2016.